

先端研究拠点事業—国際戦略型—  
「ソフトマターと情報に関する非平衡ダイナミクス」  
研究者交流プログラム 派遣報告書

2014年 3月 24日

氏名(ふりがな)	根本孝裕(ねもとたかひろ)
所属機関・部局・専攻内の所属分野	京大院・理学研究科・物理学第一分野
身分・学年 (学生の場合は指導教員名)	後期博士課程学生・2年・佐々真一
メールアドレス	nemoto@ton.scphys.kyoto-u.ac.jp
電話番号、FAX	09059927698

派遣先

受け入れ研究者氏名	Frédéric van Wijland
所属機関 (国)	Paris Diderot (France)
身分	Professor
メールアドレス	Fvw@univ-paris-diderot.fr
研究室 URL	<a href="http://www.msc.univ-paris-diderot.fr/~vanwijland/">http://www.msc.univ-paris-diderot.fr/~vanwijland/</a>
電話番号、FAX	+33 (0)1 57 27 62 54

共同研究

研究課題名	和文	平均場 KCMs における有限サイズ効果
	英文	Finite size effects in a mean-field kinetically constrained mode
場所 (国名・都市)	France, Paris	
派遣期間	38 日	

**研究目標：**平均場 KCMs における有限サイズ効果に関する研究のまとめ

**研究の概要：**

今回は、平均場 KCMs における有限サイズ効果に関する研究について、以前までに得られていた成果を論文にまとめることが目標である。ただし、論文にまとめる作業を行って行く上で、さらにいくつか研究の発展があった。ここではそれを報告する。

**(i) Activity の母関数のスケーリングに対する解析的な表式**

今までの研究においては、磁化と磁化率のスケーリング関数を議論して来た。その磁化と磁化率について、(時系列統計で定義される統計についての1次転移点上の) あるスケーリング関数を導出していた。磁化と磁化率を用いていた主な理由は、解析が容易だからという理由である。しかし、もともとの KCMs 模型において注目していた物理量は、Activity (系がどれだけ活性的かを表す物理量)、及びその母関数(動的熱力学関数)である。実際に成果を論文にまとめる議論を共同研究者等と進めて行く中で、この Activity のスケーリング関数についてもスケーリング関数を導出したほうが良いという結論になった。(イントロを書く上で、KCMs の Activity に触れる必要があったため。)

既に得られていた磁化と磁化率のスケーリング関数から、Activity のスケーリング関数を得ることは難しくなかった。実際 Activity は、定義より、磁化と磁化率を用いて表すことが可能である。その関係を使い、磁化と磁化率のスケーリング関数と Activity のスケーリング関数を結びつけることに成功した。

**(ii) 既存の研究との関係**

本研究の特筆すべき点は、平均場 KCMs で得られたスケーリング関数が、磁性体における量子相転移においても現れるという点であった。(具体的に、横磁場をかけた平均場の p スピンイジング模型において現れることを確認していた。) この平均場 p スピンイジング模型の量子相転移については、様々な先攻研究が存在する。例えば、最近の発展として[1]が挙げられる。彼らは、この模型において、量子相転移が起こる際の基底状態と第一励起状態のエネルギー差に着目した。そのエネルギー差が系のサイズの指数関数で小さくなっていくことは、この模型において既に知られていた事実である。彼らは、この指数を計算する公式を導出した。それは、積分の形で表され、とてもシンプルな形をしている。彼らはインスタトンを用いたアプローチを使っていたが、その導出は論理的にクリアーと言えるものではなかった。(実際に van Wijland 教授が Guilhem 本人に問い合わせたところ、Guilhem 本人も、導出がクリアーではないことを認めていた。) 鈴木トロッター展開によると、時系列統計の母関数は、量子系の絶対零度における自由エネルギーに対応する。従って我々の KCMs に対する手法も、量子系に焼き直せば、同様の公式の再導出のために使うことが出来るはずである。それを再導出することが出来るならば、論文のイントロが書きやすくなるため、論文をまとめる上でプラスになる。我々は議論の中でこの目標を定めた。

実際に、我々の手法を用いて指数を求める上で問題になっていたのが、磁化 (or 密度) の大偏差関数の解析的な表式である。平均場 KCMs の場合にはそれを得ていたが、横磁場イジング模型の時にはそれを得るのが難しかった。そこで、我々は解析解を初めに導出するという力技のアプローチを諦め、恒等式を用いて議論を進めるアプローチに切り替えた。しかしそれが功を奏し、ある対称性から、[1]の公式を再導出することが出来ることを発見した。その対称性に意味があるかどうかはまだ明らかになっていないが、いずれにしても、このことにより、我々の結果と既存の研究[1]との関係を深く議論することが出来るようになった。

現在、論文出版に向けて (eメールのやりとりにより) 最後の詰めを行っているところである。

**[1]Victor Bapst and Guilhem Semerjian, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, P06007 (2012).**