

先端研究拠点事業—国際戦略型—
「ソフトマターと情報に関する非平衡ダイナミクス」
研究者交流プログラム 派遣報告書

2014年 12月 20日

氏名(ふりがな)	根本孝裕(ねもとたかひろ)
所属機関・部局・専攻内の所属分野	京大院・理学研究科・物理学第一分野
身分・学年(学生の場合は指導教員名)	後期博士課程学生・3年・佐々真一
メールアドレス	takahiro.nemoto@scphys.kyoto-u.ac.jp
電話番号、FAX	09059927698

派遣先

受け入れ研究者氏名	Jorge Kurchan
所属機関(国)	École Normale Supérieure (France)
身分	Professor
メールアドレス	jorge@pmmh.espci.fr
研究室 URL	http://www.pmmh.espci.fr/~jorge/
電話番号、FAX	(+33) (0)1 40 79 47 10

共同研究

研究課題名	和文	コルモゴロフ則のずれと大偏差統計
	英文	Deviation of Kolmogorov law and large deviation principle
場所(国名・都市)	France, Paris	
派遣期間	63 日	

研究目標： コルモゴロフ則のずれと時系列統計の大偏差統計の間の定量的な関係を打ち立てる。

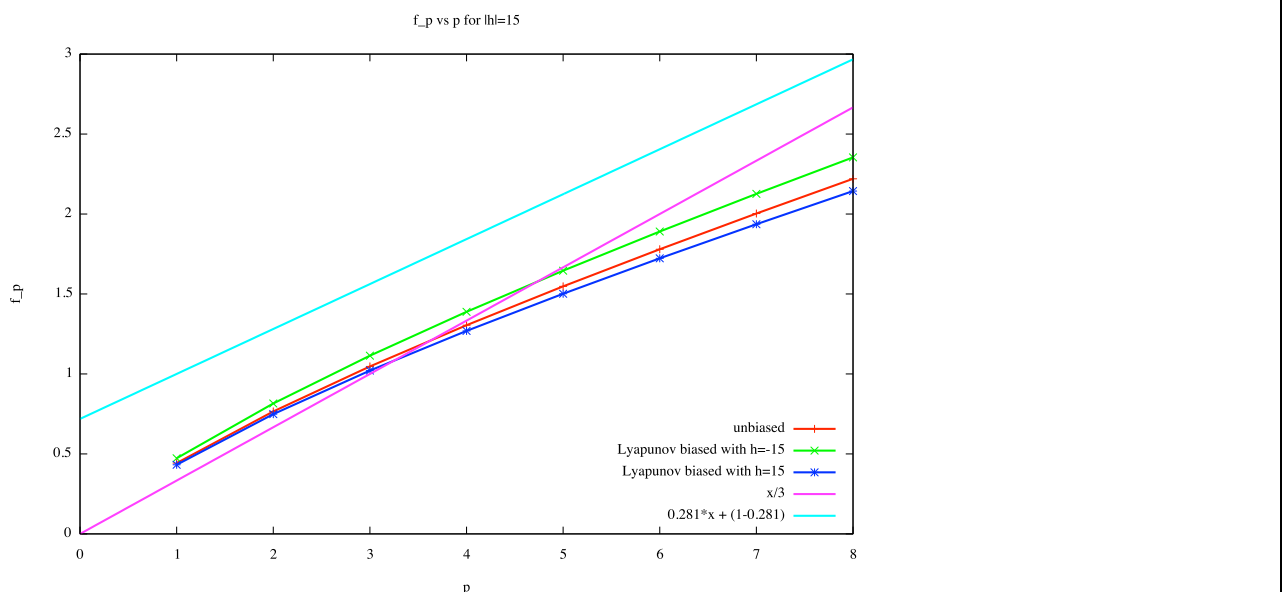
目的：

これまでの共同研究により、様々な時間平均量でバイアスした際に、コルモゴロフ則のずれが変化することが分かっている。本研究計画では、その変化について定量的な評価を行い、そのずれを記述する理論を構築することを目標とした。

研究：

今までの研究では、このコルモゴロフ則のずれは、バイアスアンサンブルの中で起こる大きなエネルギーカスケードが原因と考えていた（以前の研究報告書参照）。この部分をまず丁寧に評価することから始めた。エネルギーでバイアスしたアンサンブルでは、コルモゴロフ則のずれの修正は常に同じ方向（コルモゴロフ則に近づく方向）に対してのみ起こる。しかし一方で、最大リヤプノフ指数でバイアスをする、そのずれの修正はどちらの方向（コルモゴロフ則に近づく方向と離れる方向）に対しても起こる（図参照）。もしも今まで考えていたように、大きなエネルギーカスケードが原因だった場合、この現象は説明出来ない。

これを説明するため様々な文献を調べて行く中で、Dombre と Gilson が 1997 年に Shell モデルに対して与えた特解が、このコルモゴロフ則のずれと関連しているという可能性が現れてきた。ナビエ Stokes 方程式において粘性を完全に 0 にとると、方程式の解がある時間で定義出来なくなることは有名である (Onsager, 1949)。そしてこの特異性を Shell モデルに対して定式化したのは Dombre と Gilson である(1997)。彼らはその定式化の中で同時に、その特異的な解が、ある自己相似的振る舞いを示すことを発見した。その解をもとにコルモゴロフ指数を計算すると、それはコルモゴロフ則とは別の直線になる（図参照）。バイアスによって指数がずれるのは、むしろこの解の形に近づいているのではないかと現在では考えている。定性的には、Dombre と Gilson の特解はカオスの振る舞いを見せないため、リヤプノフ指数でバイアスするとその解に近づくからと説明出来るが、この関係についての定量的な理解はまだない。現在それに向けて議論を重ねている段階である。



図：コルモゴロフ指数をプロットしたもの。図の $x/3$ （ピンク）がコルモゴロフ則の予言を表し、unbiased（赤）が実際の指数を表す。このコルモゴロフ則の破れが、バイアスアンサンブルの中でどのように変わるかを調べた。リヤプノフ指数が大きくなる方向にバイアスすると、破れは大きくなり（青色）、一方でリヤプノフ指数が小さくなる方向にバイアスすると破れは小さくなる（緑色）。現在では、これらの振る舞いの起源は、コルモゴロフ則に近づくからというよりも Dombre-Gilson の与えた特解（水色）に近づくからであると考えている。